Sección **TRIGONOMETRÍA**

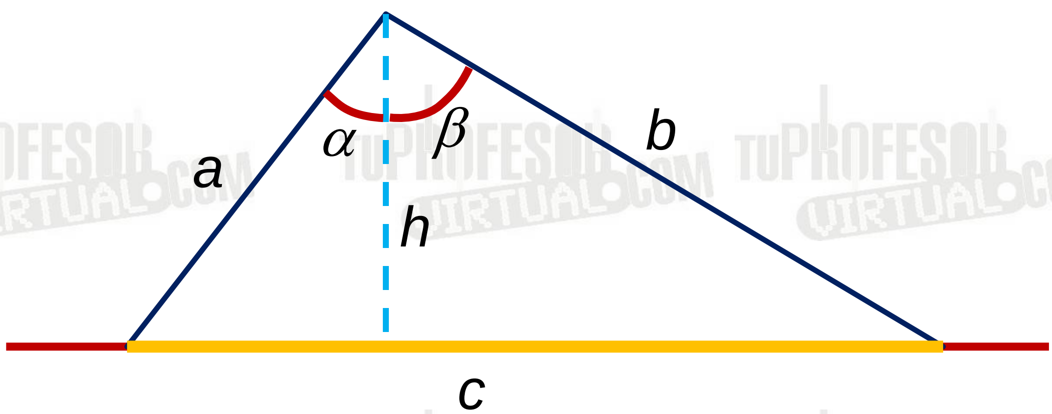
Resumen de Video **TRIGONOMETRÍA. Seno de la Suma. Deducción de Identidad**

Soluciones Virtuales a Tus Necesidades Académicas

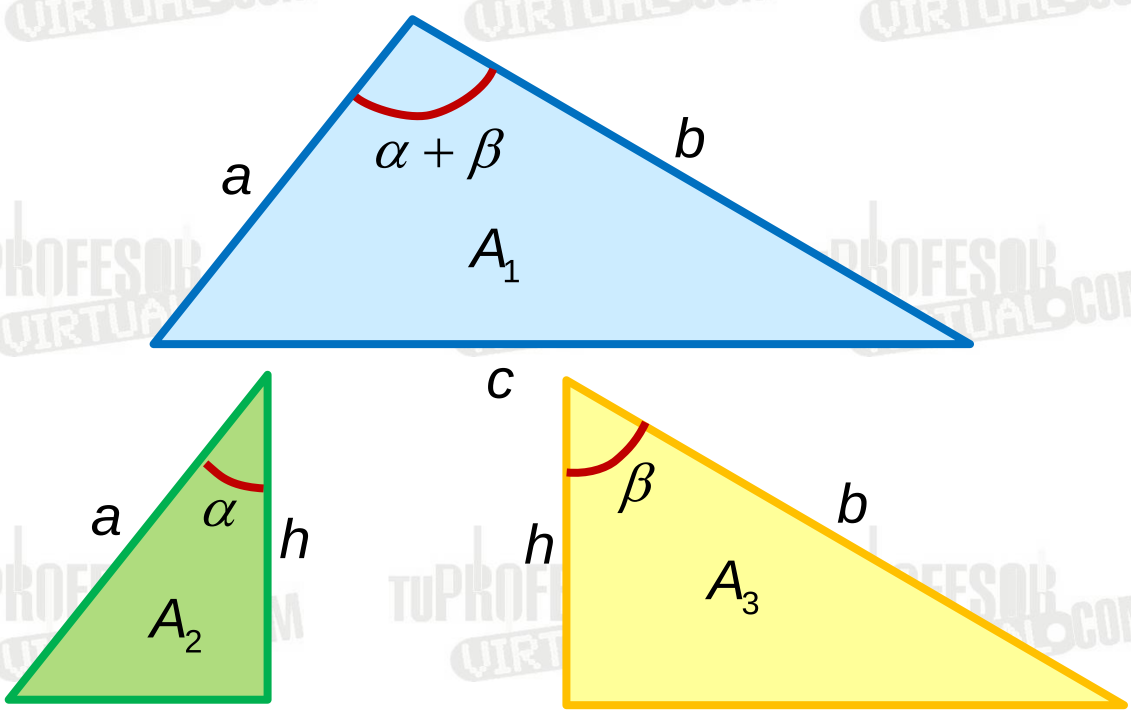
Producción de los Resúmenes: Kharla Mérida

Deducción de Identidad

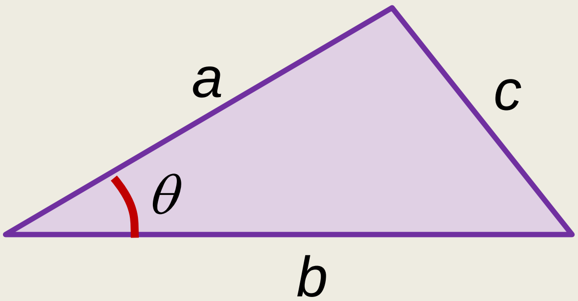
Para hacer esta deducción, representaremos un triángulo oblicuángulo, con sus tres lados diferentes lo colocaremos ubicado sobre su lado más largo trazaremos su altura, y los ángulos en que la altura divide al ángulo del vértice superior



Podemos observar tres triángulos en la figura uno es el triángulo de lados a, b y c. Y los otros dos triángulos son los que se forman al trazar la altura



Producción de los Resúmenes: Kharla Mérida



$$A_t = \frac{1}{2}\, a \cdot b \cdot \operatorname{sen}\theta$$

Ahora recordemos la fórmula de área de un triángulo obtenida en la lección anterior el área de un triángulo, conociendo la medida de un ángulo y de los lados que forman dicho ángulo es un medio del producto de los lados conocidos, por el seno del ángulo que forman

$$A_1 = \frac{1}{2}\, a \cdot b \cdot \operatorname{sen}(\alpha + \beta)$$

$$A_2 = \frac{1}{2}\, a \cdot h \cdot \operatorname{sen}\alpha$$

$$A_3 = \frac{1}{2}\, h \cdot b \cdot \operatorname{sen}\beta$$

Aplicando esta fórmula a los tres triángulos tendremos. A1 es igual a un medio de a por b por sen alfa + beta A2 es igual a un medio de a por h por seno de alfa y A3 es igual a un medio de h por b por seno de beta

$$A_1 = \frac{1}{2} ab \operatorname{sen}(\alpha + \beta)$$

$$A_2 = \frac{1}{2}\, a \cdot h \cdot \operatorname{sen}\alpha$$

$$A_3 = \frac{1}{2}\, h \cdot b \cdot \operatorname{sen}\beta$$

Ahora vemos que en el primer triángulo h es el cateto adyacente de alfa por tanto h es igual a a por coseno de alfa en el segundo h es el cateto adyacente de beta por tanto h es b por coseno de beta

Para que todas la áreas tengan el producto de a por b en A2 sustituiremos h por b coseno de beta y en A3 sustituiremos h por a coseno de alfa en ambos casos ordenaremos los factores quedando A2 como un medio de ab por seno de alfa por coseno de beta y A3 como un medio de ab por seno beta por coseno de alfa

$$A_1 = \frac{1}{2} ab \operatorname{sen}(\alpha + \beta)$$

$$A_2 = \frac{1}{2} ab \operatorname{sen}\alpha \cos\beta$$

$$A_3 = \frac{1}{2} ab \operatorname{sen}\beta \cos\alpha$$

Sabemos que el área del triángulo 1 es igual a la suma del área del triángulo 2 + el área del triángulo 3 sustituiremos la formula correspondiente a cada área en la igualdad pero debemos despejar la pantalla

A1 es un medio de ab por seno alfa + beta. A2 es un medio de ab por seno de alfa coseno de beta. A3 es un medio de ab por seno de beta coseno de alfa multiplicaremos por 2 ambos lados de la igualdad

$$A_1 = \frac{1}{2} ab \operatorname{sen}(\alpha+\beta) \qquad A_2 = \frac{1}{2} ab \operatorname{sen}\alpha \cos\beta \qquad A_3 = \frac{1}{2} ab \operatorname{sen}\beta \cos\alpha$$

$$A_1 = A_2 + A_3$$

$$\frac{1}{2} ab \operatorname{sen}(\alpha+\beta) = \frac{1}{2} ab \operatorname{sen}\alpha \cos\beta + \frac{1}{2} ab \operatorname{sen}\beta \cos\alpha$$

$$2\cdot\frac{1}{2} ab \operatorname{sen}(\alpha+\beta) = 2\cdot\frac{1}{2} ab \operatorname{sen}\alpha\cdot\cos\beta + 2\cdot\frac{1}{2} ab \operatorname{sen}\beta\cdot\cos\alpha$$

Simplificamos y nos queda una ecuación en la que todos los términos tienen el producto ab dividiremos todos los términos entre ab y simplificamos nos queda seno de alfa más beta es igual a seno de alfa por coseno de beta mas seno de beta por coseno de alfa

$$\cancel{2}\cdot\frac{1}{\cancel{2}} ab \operatorname{sen}(\alpha+\beta) = \cancel{2}\cdot\frac{1}{\cancel{2}} ab \operatorname{sen}\alpha\cdot\cos\beta + \cancel{2}\cdot\frac{1}{\cancel{2}} ab \operatorname{sen}\beta\cdot\cos\alpha$$

$$\frac{\cancel{ab}\operatorname{sen}(\alpha+\beta)}{\cancel{ab}} = \frac{\cancel{ab}\operatorname{sen}\alpha\cdot\cos\beta}{\cancel{ab}} + \frac{\cancel{ab}\operatorname{sen}\beta\cdot\cos\alpha}{\cancel{ab}}$$

$$\boxed{\operatorname{sen}(\alpha+\beta) = \operatorname{sen}\alpha\cdot\cos\beta + \operatorname{sen}\beta\cdot\cos\alpha}$$

Hemos deducido la formula del seno de la suma en la próxima lección presentaremos la deducción del coseno de la suma. Acompáñanos