



Resolver Ecuaciones Logarítmicas de 2do Grado

En la lección 7 de vimos ecuaciones logarítmicas lineales, cómo identificarlas y cómo resolverlas ahora vamos a ver las ecuaciones logarítmicas de 2do grado

En la Lección
7 vimos

Ecuaciones Logarítmicas

Lineales

$$a \log_b x + c = 0$$

En esta Lección
veremos

Ecuaciones Logarítmicas

De 2do Grado

Una ecuación logarítmica de 2do grado es aquella en la que hay al menos una potencia cuadrada de logaritmo que es a su vez el mayor exponente del logaritmo en la ecuación para resolverla, debemos sustituir temporalmente el logaritmo por una variable temporal por ejemplo y con esto queda clara la forma cuadrática de la ecuación. Veamos un ejemplo

$$a \log_k^2 x + b \log_k x + c = 0$$

$$a(y)^2 + b(y) + c = 0$$

$$ay^2 + by + c = 0$$

hay al menos una
potencia cuadrada de
logaritmo

sustituimos
temporalmente el
logaritmo por una
nueva variable



La ecuación dada tiene un término en el que el logaritmo está elevado a la dos un término donde el logaritmo está elevado a la 1 y un término independiente escribiremos el cuadrado del logaritmo de esta manera, para poder tener claro el panorama ahora podemos sustituir logaritmo en base 4 de x por y

$$\log_4^2 x - 3\log_4 x - 10 = 0$$

$$(\log_4 x)^2 - 3(\log_4 x) - 10 = 0$$

Sustituimos

$$\log_4 x = y \quad y^2 - 3y - 10 = 0$$

Tenemos una ecuación de 2do grado con a igual a 1, b igual a -3 y c igual a -10 sustuiremos estos valores en la fórmula para resolver ecuaciones de 2do grado y efectuaremos las operaciones de la raíz y denominador. Menos 3 es 3, y raíz de 49 es 7 nos ha quedado y igual a 3 más o menos 7 sobre 2

$$a = 1 \quad b = -3 \quad c = -10$$

$$y = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)}}{2 \cdot 1}$$

$$y = \frac{-(-3) \pm \sqrt{49}}{2} \quad y = \frac{3 \pm 7}{2}$$

Resolvent

$$y = \frac{-a \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 9 + 40 = 49 \quad y_1 = 5$$

Hay dos posibles valores para y, uno es 5 y otro es -2 ¿qué hacemos ahora?. Como ya esta resuelta la ecuación de 2do grado, regresaremos el cambio de variables que hicimos y resultan dos ecuaciones logarítmicas lineales aplicaremos definición de logaritmo para despejar x

$$y_1 = \frac{3+7}{2}$$

$$y_2 = \frac{3-7}{2}$$

$$y_2 = -2$$

$$\log_4 x = y$$

$$\log_4 x_1 = 5 \quad \log_4 x_2 = -2$$



En la 1ra ecuación 5 es el exponente al que hay que elevar a 4 para que de x ... x es 1024 y en la 2da ecuación, -2 es el exponente al que hay que elevar a 4 para que de x ... x es 1 sobre 16

$$x_1 = 4^5$$

$$x_2 = 4^{-2}$$

$$x_1 = 1024$$

$$x_2 = \frac{1}{16}$$

Hay una gran variedad de casos en este tipo de ecuaciones, los iremos estudiando en las lecciones prácticas para que tengas suficiente material con qué guiarte en tu práctica avancemos