Producción de los Resúmenes: Kharla Mérida

© COPYRIGTH Tu Profesor Virtual

Comprobar Igualdades

Ejercicio 3

Ejercicio 17. Comprueba la siguiente igualdad aplicando propiedades de logaritmo

Ejercicio 17

$$\frac{1}{2}\log b+\frac{1}{2}\log(a+b)-\frac{1}{2}\log(a-b)-\frac{1}{2}\log a=\log\sqrt{\frac{ab+b^2}{a^2-ab}}$$

Para comprobar esta igualdad tenemos la opción de transformar el 1er lado para llegar a la misma expresión del segundo, o de transformar el 2do para llegar a la misma expresión del 1ro en esta lección transformaremos el 1er lado para llegar a la misma forma del 2do

Para comprobar una igualdad

Se transforma el 1er lado de la igualdad, para que se parezca al 2do

Se transforma el 2do lado de la igualdad, para que se parezca al 1ro

1er lado de la igualdad $\rightleftarrows$ **2do lado de la igualdad**

Tenemos 4 términos o sumandos todos tienen un medio multiplicando a un logaritmo sabemos que, en el logaritmo de una potencia el exponente baja a multiplicar al logaritmo de la base

$$\boxed{\frac{1}{2}\log b}+\boxed{\frac{1}{2}\log(a+b)}-\boxed{\frac{1}{2}\log(a-b)}-\boxed{\frac{1}{2}\log a}=\log\sqrt{\frac{ab+b^2}{a^2-ab}}$$

Logaritmo de una potencia

$$\log_b x^n = n\log_b x$$

© COPYRIGTH Tu Profesor Virtual

Entonces si tenemos un número multiplicando a un logaritmo, podemos subirlo como exponente del argumento… subiremos los un medio, que están como coeficientes del logaritmo, ahora como exponentes de los respectivos argumentos

$$\log b^{1/2} + \log(a+b)^{1/2} - \log(a-b)^{1/2} - \log a^{1/2} = \log\sqrt{\frac{ab+b^2}{a^2-ab}}$$

$$\log_b x^n = \boxed{n}\log_b x$$

Nos han quedado 4 logaritmos libres de coeficientes dos positivos y dos negativos sacaremos el menos como factor común en los dos logaritmos negativos y quedan como una suma de logaritmos dentro de los corchetes

$$\log b^{1/2} + \log(a+b)^{1/2} - \left[\log(a-b)^{1/2} + \log a^{1/2}\right] = \log\sqrt{\frac{ab+b^2}{a^2-ab}}$$

Sabemos que el logaritmo de un producto es la suma de los logaritmos de cada factor entonces si tenemos sumas de logaritmos, podemos escribirlo como el logaritmo del producto de los argumentos

Logaritmo de un producto

$$\log_b x \cdot y = \log_b x + \log_b y$$

Aplicaremos esto a los primeros dos términos y también a los dos que están dentro de corchetes nos queda logaritmo de b a la 1 medio por (a+b) a la 1 medio, menos, logaritmo de (a – b) a la 1 medio por a a la 1 medio

$$\log\left[b^{1/2}(a+b)^{1/2}\right] - \log\left[(a-b)^{1/2} a^{1/2}\right] = \log\sqrt{\frac{ab+b^2}{a^2-ab}}$$

© COPYRIGTH Tu Profesor Virtual

Sabemos que la potencia de un producto es el producto de las potencias, entonces cuando tenemos dos potencias con el mismo exponente podemos escribirla como una sola potencia del producto de las bases

Potencia de un producto

$$\boxed{(x \cdot y)^2} = \boxed{x^2 \cdot y^2}$$

Aplicaremos esto a los argumentos de ambos logaritmos. Nos queda logaritmo de b por (a + b) a la 1 medio, menos, logaritmo de (a – b) por a a la 1 medio

$$\log\left[b(a+b)\right]^{1/2} - \log\left[(a-b)a\right]^{1/2} = \log\sqrt{\frac{ab+b^2}{a^2-ab}}$$

En el argumento del primer logaritmo aplicaremos propiedad distributiva de la multiplicación de b respecto a la suma (a + b) y en el argumento del 2do logaritmo aplicaremos propiedad distributiva de la multiplicación de a respecto a la resta (a - b)

$$\log\left(ab+b^2\right)^{1/2} - \log\left(a^2-ab\right)^{1/2}$$

Sabemos que una potencia con exponente fraccionario es una raíz escribiremos los argumentos de los logaritmos como raíces cuadradas. ¿Qué tenemos ya en este punto?

$$\log\sqrt{ab+b^2} - \log\sqrt{a^2-ab} = \log\sqrt{\frac{ab+b^2}{a^2-ab}}$$

$$a^{p/n} = \sqrt[n]{a^p}$$

Producción de los Resúmenes: Kharla Mérida © COPYRIGTH Tu Profesor Virtual

Esto es una resta de logaritmos sabemos que el logaritmo de una división es la diferencia de los logaritmos del numerador menos el logaritmo del denominador entonces si tenemos una resta de logaritmos, podemos escribirlo como el logaritmo de una división donde el numerador será el argumento del minuendo, y el denominador el argumento del sustraendo

Logaritmo de una División

$$\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$$

Aplicaremos esto a la resta de logaritmos que tenemos, y nos queda el logaritmo de una división de radicales con iguales índices. ¿Qué hacemos ahora?

$$\log \frac{\sqrt{ab+b^2}}{\sqrt{a^2-ab}} = \log \sqrt{\frac{ab+b^2}{a^2-ab}}$$

Cuando se dividen radicales con iguales índices se coloca una sola vez el radical con dicho índice y se dividen las cantidades sub-radicales hemos llegado a igualar los dos lados de la igualdad de esta manera ha quedado comprobada

$$\log \sqrt{\frac{ab+b^2}{a^2-ab}} = \log \sqrt{\frac{ab+b^2}{a^2-ab}}$$