



En la lección 3 de Exponenciales vimos cómo identificar las ecuaciones exponenciales y cómo resolver ecuaciones exponenciales lineales. Ahora aprenderemos cómo resolver ecuaciones exponenciales de 2do grado

En las Lección 3 vimos

Ecuaciones Exponenciales

$$a \cdot b^x + c = 0$$

En esta Lección veremos

Ecuaciones Exponenciales

De 2do Grado

Una ecuación exponencial de 2do grado es aquella en la que se tiene un término con factor exponencial al cuadrado en la expresión dada, k a la $2x$ puede escribirse como k a la x elevado a la dos, por la propiedad potencia de potencia

$$a \cdot \boxed{k^{2x}} + b \cdot k^x + c = 0$$

$$(k^x)^2$$

Por potencia de potencia

$$a \cdot (k^x)^2 + b \cdot (k^x) + c = 0$$

Si por un momento tapamos la forma exponencial con una etiqueta que llamaremos y , podemos ver que esto es una ecuación de segundo grado veamos un ejemplo para visualizar de forma clara el procedimiento que se aplica

Ecuación de 2do Grado

$$a \cdot y^2 + b \cdot y + c = 0$$



3 a la 2x se puede escribir como 3 a la x ahora cambiaremos 3 a la x por y, y nos queda una ecuación de 2do grado en la sección de ecuaciones de 2do grado de matemática de 3er año conocimos el recurso llamado resolvente o fórmula para ecuaciones de 2do grado

$$2 \cdot 3^{2x} + 3 \cdot 3^x - 2 = 0$$

$$2 \cdot (3^x)^2 + 3 \cdot (3^x) - 2 = 0$$

$$3^x = y$$

$$2 \cdot y^2 + 3 \cdot y - 2 = 0$$

Ecuación de 2do Grado

$$a \cdot y^2 + b \cdot y + c = 0$$

Resolvente

Fórmula para resolver ecuaciones de 2do grado

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

En este caso a vale 2, b vale 3 y c vale -2 sustituimos los valores de a, b, y c en la resolvente, y efectuamos los productos y operaciones indicadas en la raíz y denominador nos queda menos 3 más o menos la raíz de 25, sobre 4

$$2 \cdot y^2 + 3 \cdot y - 2 = 0$$

$$a = 2 \quad b = 3 \quad c = -2$$

$$y = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2)}}{2 \cdot 2}$$

$$3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 9 + 16 = 25$$

$$y = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4}$$



Raíz de 25 es 5 una posible solución es menos 3 + 5 sobre 4 y otra es menos 3 - 5 sobre 4 esto es, y igual a 2 4tos y, y igual a -8 entre 4 simplificando queda y igual a 1 medio y igual a -2 cambiamos y por 3 a la x y tenemos dos ecuaciones exponenciales lineales

$$3^{x_1} = \frac{1}{2} \quad 3^{x_2} = -2$$

$$y_1 = \frac{-3 + 5}{4} = \frac{2}{4} \quad y_1 = \frac{1}{2}$$

$$y_2 = \frac{-3 - 5}{4} = \frac{-8}{4} \quad y_2 = -2$$

$$3^{x_1} = \frac{1}{2} \quad 3^{x_2} = -2$$

Como no se puede escribir el un medio ni el -2 como potencia de base 3 debemos aplicar logaritmo de ambos lados de las ecuaciones para despejar la x en la primera ecuación aplicamos logaritmo de una potencia para bajar la x, queda x por logaritmo en base 3 de 3 igual a logaritmo en base 3 de un medio

$$\log_3 3^{x_1} = \log_3 \frac{1}{2}$$

$$x_1 \cdot \log_3 3 = \log_3 \frac{1}{2}$$



Como logaritmo en base 3 de 3 es uno, nos queda la incógnita despejada y del otro lado logaritmo en base 3 de un medio, que puede escribirse como logaritmo en base 3 de 2 a la menos 1, por propiedad de las potencias, y bajamos el negativo por propiedad del logaritmo de una potencia x es igual a menos logaritmo en base 3 de 2

$$x_1 \cdot \log_3 3^1 = \log_3 \frac{1}{2} \quad x_1 = \log_3 2^{-1}$$

$$x_1 = -\log_3 2$$

Por propiedad de las potencias

Por lo que toca a la otra posible solución, en la 2da lección de logaritmo aprendimos que el argumento del logaritmo no debe ser negativo, por esta razón esta ecuación no tiene solución y la ecuación exponencial de 2do grado tiene una sola solución

$$3^{x_1} = \frac{1}{2} \quad 3^{x_2} = -2$$

Aplicamos logaritmo de ambos lados de las ecuaciones

$$\log_3 3^{x_1} = \log_3 (-2)$$

El argumento del logaritmo no debe ser negativo

$$x_1 = -\log_3 2$$