Producción de los Resúmenes: Kharla Mérida

Inversa de la Función Logaritmo

En la lección 6 de Exponenciales vimos el gráfico de la función 10 a la x y analizamos su comportamiento y características. Ahora veremos la relación que hay entre la función logaritmo de x y 10 a la x

En la Lección 6 vimos

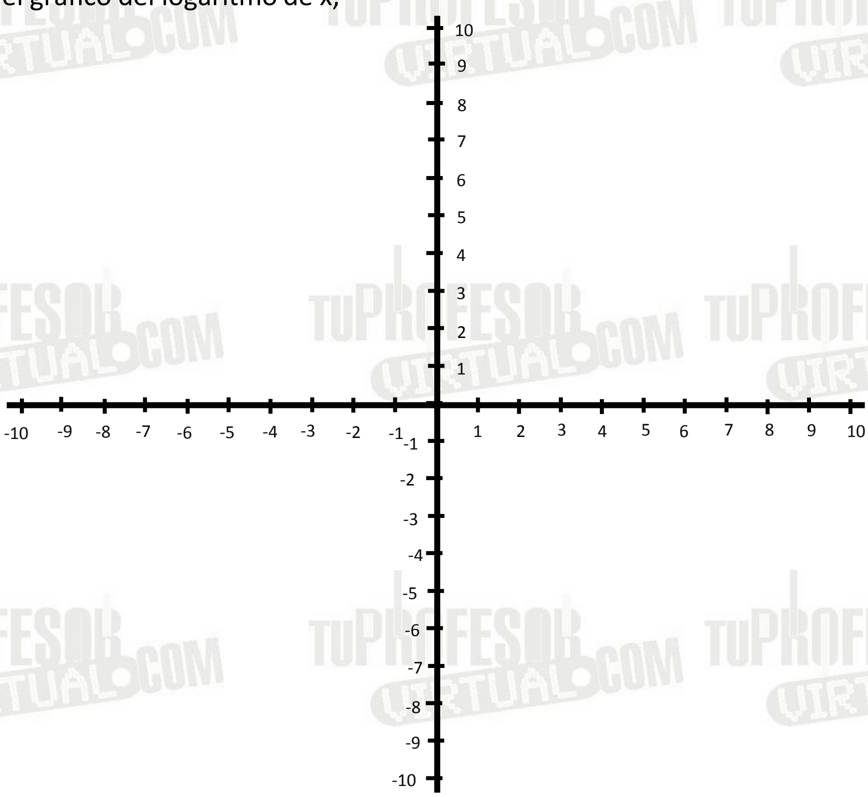
Función Exponencial

En esta Lección veremos

Funciones Exponenciales

Inversa de la Función Logaritmo

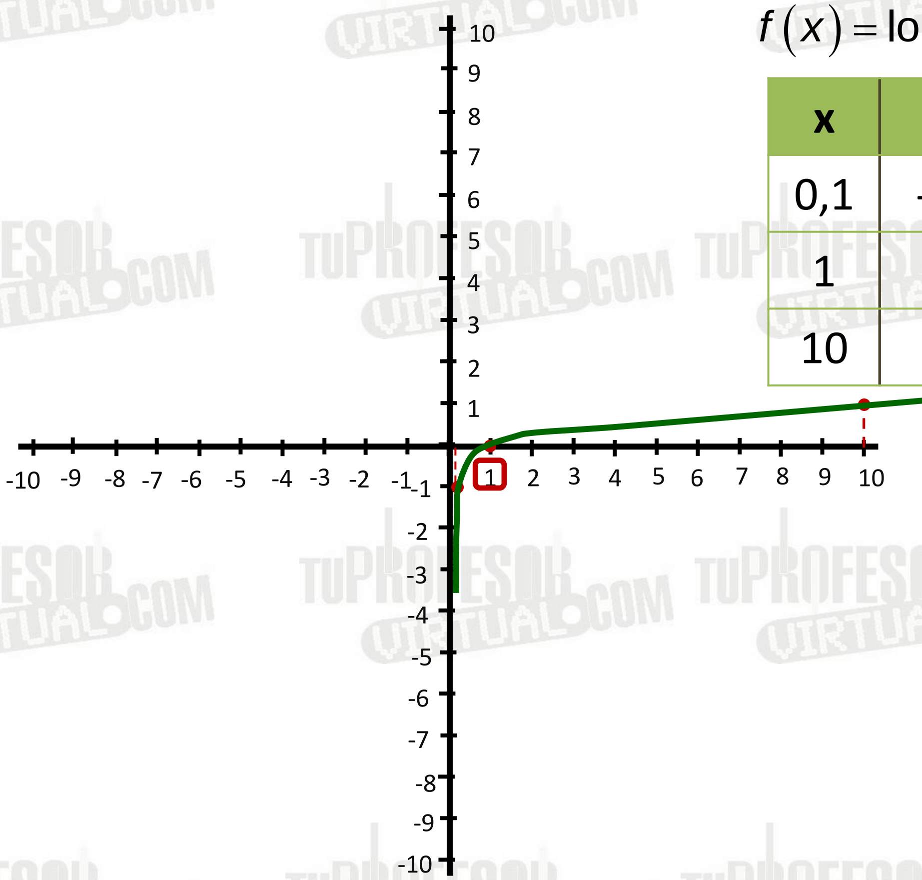
Vamos a trazar un plano cartesiano, lo haremos representando la parte del plano que contempla valores de x desde -10 hasta 10 y valores de y desde -10 hasta 10 en la lección 11 de logaritmo vimos cómo trazar el gráfico del logaritmo de x,



Con tres puntos de referencia podemos hacer la representación siguiendo la forma de esta función, que ya aprendimos 0,1 para x, -1 para y 1 para x, 0 para y 10 para x, 1 para y y ahora, trazamos la curva correspondiente a la función logaritmo de x

$$f(x) = \log x$$

x	y
0,1	-1
1	0
10	1

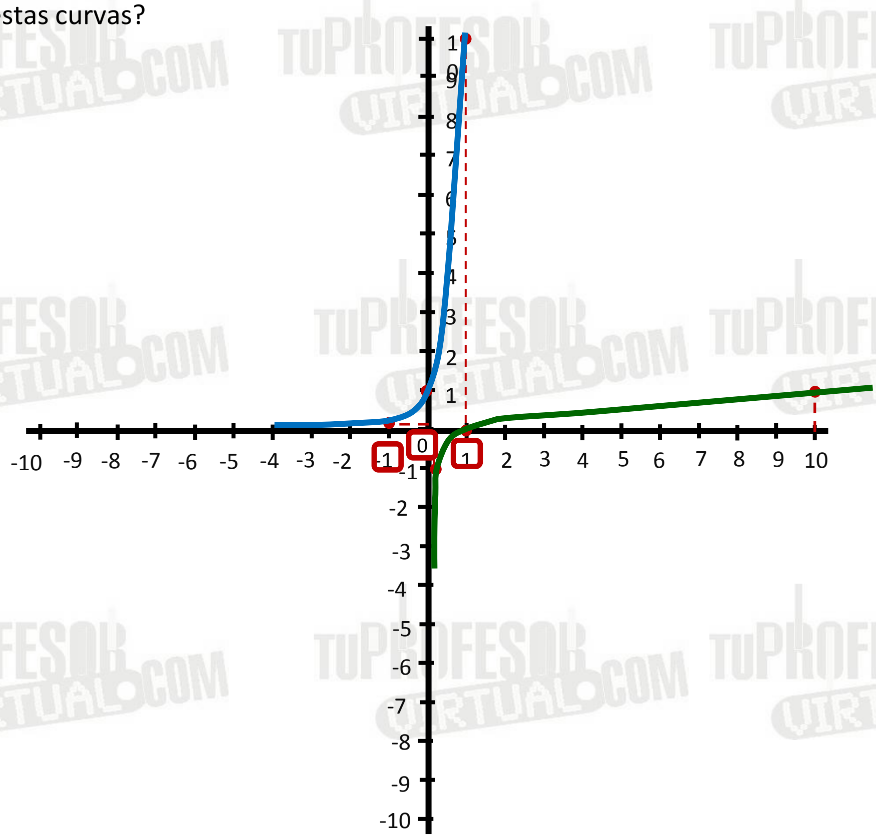


En la lección 6 de exponenciales vimos cómo trazar el gráfico de 10 a la x ubiquemos tres puntos de referencia y dibujemos la curva correspondiente a esta función guiándonos por lo aprendido en esa lección

$$g(x) = 10^x$$

x	y
-1	0,1
0	1
1	10

-1 para x, 0,1 para y 0 para x, 1 para y, y 1 para x, 10 para y y trazamos la curva ¿Qué observas de especial en estas curvas?



De los tres puntos que seleccionamos para cada gráfico podemos observar que los valores de x para la función logaritmo, son los valores de y para la función exponencial, y los valores de y de la función logaritmo son los valores de x de la función exponencial este comportamiento es característico de funciones inversas

$$g(x) = 10^x \qquad f(x) = \log x$$

x	y
-1	0,1
0	1
1	10

x	y
0,1	-1
1	0
10	1

Producción de los Resúmenes: Kharla Mérida

En la sección de funciones en 4to año, vimos que si dos funciones son inversas una de otra, se cumple que al componer una con la otra resulta la función identidad. Es decir, f compuesta con g, o g compuesta con f es igual a la función identidad

gof o fog resulta la función identidad

Vamos a realizar la composición g con f es decir, hallaremos f de g de x como f de x es logaritmo de x, f de g de x es logaritmo de g de x y como g de x es 10 a la x, queda logaritmo de 10 a la x. ¿Qué tenemos aquí?

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) \qquad f(x) = \log x \qquad g(x) = 10^x$$

$$f(g(x)) = \log(g(x)) \longrightarrow f(10^x) = \log(10^x)$$

Tenemos el logaritmo de una potencia, que es igual al exponente, que es x, por el logaritmo de la base de la potencia el logaritmo de 10 es 1 así que finalmente nos queda x hemos obtenido la función identidad, y de esta manera hemos comprobado que la función logaritmo y la función exponencial son inversas una de la otra

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) \qquad f(x) = \log x \qquad g(x) = 10^x$$

$$f(10^x) = \log\left(\boxed{10^x}\right) = x \cdot \underbrace{\log 10}_{1} = x \qquad (f \circ g)(x) = x$$

También puedes observar que los gráficos de estas dos funciones son simétricos, es decir, son uno el reflejo del otro, respecto a la recta y = x que divide a primer y tercer cuadrante en dos partes iguales esto es una propiedad geométrica de las funciones inversas